International Journal of Strategic Management and Economic Studies
(IJSMES)
ISSN: 2791-299X

La modélisation GARCH pour la prévision de la Valeur-à-Risque quotidienne du marché boursier marocain

BENBOUBKER Mounir
Faculté des Sciences Juridiques, Economiques et Sociales
USMBA-Fès

Résumé: Cet article propose un modèle de type GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) pour bien prévoir la Valeur-à-Risque quotidienne du marché boursier marocain. Cette approche, dite paramétrique, excelle dans la prévision de la Valeur-à-Risque grâce à sa capacité à modéliser la volatilité dynamique des rendements sur le marché. Elle capte ainsi la nature changeante de la volatilité au fil du temps et s'ajuste de manière plus sensible aux chocs soudains.

Mots-clés: GARCH ; Volatilité ; Valeur-à-Risque ; Marché boursier marocain.
Digital Object Identifier (DOI): https://doi.org/10.5281/zenodo.10443085
Published in: Volume 2 Issue 6

1. Introduction

La genèse des recherches sur la modélisation des anticipations dynamiques de la volatilité (modélisation GARCH) remonte au début des années quatre-vingt, plus précisément, avec l'introduction du modèle d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive ($ARCH$) en 1982 par Robert F. Engle[1]. Le constat établi à l'époque par Engle était que l'hypothèse de constance de la volatilité (homoscédasticité) retenue au sein des modèles usuels ne permettait pas d'expliquer la succession de périodes de fortes et de faibles variations (regroupements de volatilité), phénomène observé particulièrement dans les séries financières. En 1986, après l'apparition de la généralisation $ARCH$ *(GARCH)*, ces modèles ont connu un grand succès tant académique que pratique. Ce qui a conduit à une profonde modification des approches utilisées en finance à travers une spécification

[1]En 2003, Engle a reçu le prix Nobel d'économie comme récompense pour ses travaux sur la modélisation des anticipations dynamiques de la volatilité.

particulièrement efficace de la volatilité des séries financières. Depuis, le modèle $GARCH$, dit standard, a fait l'objet de plusieurs développements : Exponential GARCH (EGARCH), Asymmetric Power ARCH (APARCH), Integrated GARCH (IGARCH), Fractionally Integrated GARCH (FIGARCH), etc.

Ces modèles constituent aujourd'hui la généralisation la plus répandue du modèle initial d'Engle en matière d'estimation et de prévision de la volatilité des séries financières. Il est remarquable de noter que de nombreux modèles non linéaires[2] sont apparus sans susciter un intérêt comparable à celui des modèles $GARCH$. La force de ces derniers réside dans leur relative simplicité, puisque l'estimation d'un nombre restreint de paramètres suffit à leur mise en œuvre. À titre d'exemple, dans le processus $GARCH(1,1)$ seuls deux paramètres servent à retracer l'évolution de la volatilité d'une série donnée. Ces modèles capturent la nature changeante de la volatilité au fil du temps, s'ajustant ainsi de manière plus sensible aux chocs soudains.

Les modèles GARCH permettent de prévoir la volatilité des rendements de l'actif ou du portefeuille choisi, ce qui permet dans un second temps d'en déduire la Valeur-à-Risque (approche paramétrique).

Lorsqu'on s'intéresse au risque de marché, la Valeur-à-Risque (VaR) a comme fonction de donner une information synthèse sur le risque d'un actif ou d'un portefeuille d'actifs financiers. Elle se définit comme la perte maximale espérée à l'intérieur d'un horizon temporel étant donné un niveau de confiance. L'horizon temporel peut être quotidien, hebdomadaire, etc., et le niveau de confiance peut être de 95%, 99%, etc.

Dans ce travail, on propose de construire un modèle de type GARCH pour la volatilité des rendements quotidiens de l'indice du marché boursier marocain afin de prévoir la perte maximale quotidienne que peut subir ce marché avec différents niveaux de confiance (VaR quotidienne).

2. Données

L'étude porte sur l'indice boursier principal du marché boursier marocain : MASI (Moroccan All Shares Index), il s'agit de l'indice de la Bourse de Casablanca regroupant l'ensemble des actions cotées. C'est un indice calculé sur la base de la capitalisation flottante et ayant pour base 1000 au 31/12/1991. L'évolution quotidienne de l'indice MASI, de janvier 2010 à novembre 2023, est donnée par la figure 1. On remarque des périodes d'augmentation qui s'alternent avec des périodes de baisse des cours de l'indice MASI.

[2] Il s'agit des extensions ARMA (AutoRegressive Moving Average) non linéaires.

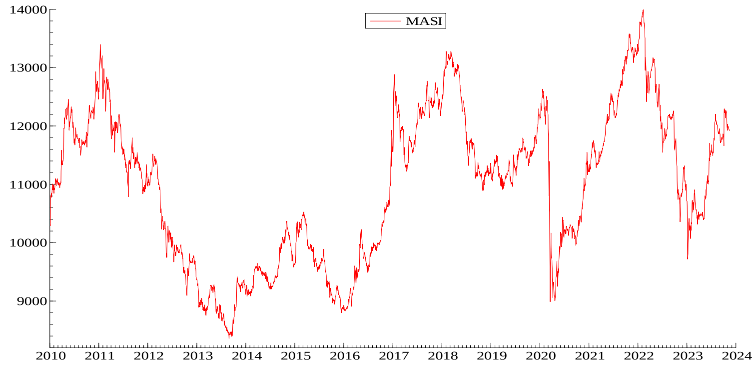

Figure 1. Évolution des cours quotidiens de l'indice MASI.

L'observation de l'évolution des rendements quotidiens de l'indice MASI (voir figure 2), sur la période allant de janvier 2010 à novembre 2023, montre qu'ils fluctuent autour de zéro. On observe aussi des périodes de fortes et de faibles variations des rendements qui se succèdent.

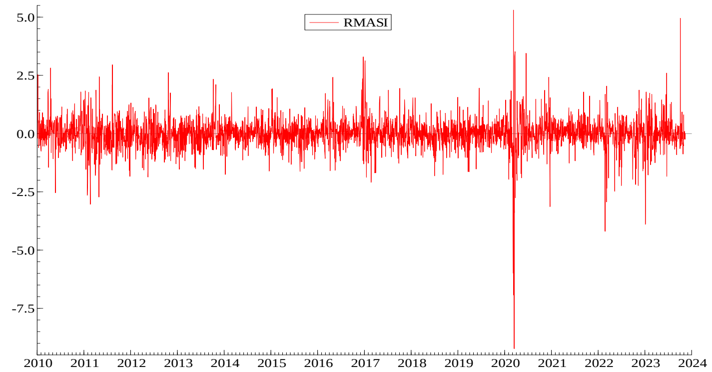

Figure 2. Évolution des rendements quotidiens de l'indice MASI.

3. Propriétés statistiques

Les résultats du test Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (voir table 1) indiquent que le processus associé aux cours est non stationnaire au sens large (présence d'une seule racine unitaire) et que le processus associé aux rendements[3] est stationnaire au second ordre (absence de racine unitaire).

Table 1. Résultats du test KPSS appliqué à l'indice MASI.

	Cours				***Rendements***			
	LM	***Modèle***	***l***	***I(,)***	***LM***	***Modèle***	***l***	***I(,)***
MASI	**0,61**	**(2)**	**45**	**I(1)**	**0,06**	**(1)**	**2**	**I(0)**

(2) : présence de tendance déterministe ; (1) : absence de tendance déterministe ; I(1) : présence d'une seule racine unitaire ; I(0) : absence de racine unitaire ; *l* : paramètre de troncature,

[3] Il s'agit du rendement en composition continue en pourcentage, noté $r_t = ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \times 100$ où p_t et p_{t-1} sont respectivement la valeur de l'indice à la fin de la période t et $t-1$.

Au regard du tableau 2, on remarque que les rendements de l'indice MASI varient entre -9,23 % et 5,31 % avec une moyenne non significativement différente de zéro. On remarque aussi que le coefficient de Skewness est négatif (-0,97) et que le coefficient de Kurtosis est très élevé (18,66). La distribution des rendements est donc asymétrique, étalée vers la gauche avec des queues plus épaisses que celle d'une loi normale (voir figure 3).

Table 2. Statistiques descriptives des rendements quotidiens de l'indice MASI.

Rendements	***Minimum***	***Moyenne***	***Maximum***	***Ecart-type***	***Skewness***	***Kurtosis***
MASI	**-9,23**	**0,004**	**5,31**	**0,69**	**-0,97**	**18,66**

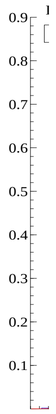

Figure 3. Distribution des rendements quotidiens de l'indice MASI.

Le corrélogramme des rendements de la figure 4 présente une autocorrélation significative pour les deux premiers retards et des autocorrélations moins significatives pour les retards qui suivent.

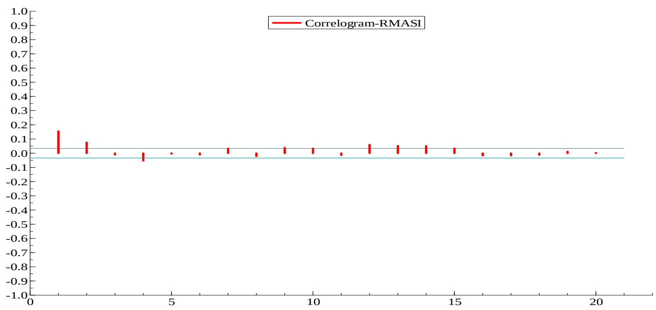

Figure 4. Corrélogramme des rendements de l'indice MASI.

Le corrélogramme des rendements au carré de la figure 5 révèle une forte autocorrélation pour les deux premiers retards et de moins fortes autocorrélations pour les retards qui suivent.

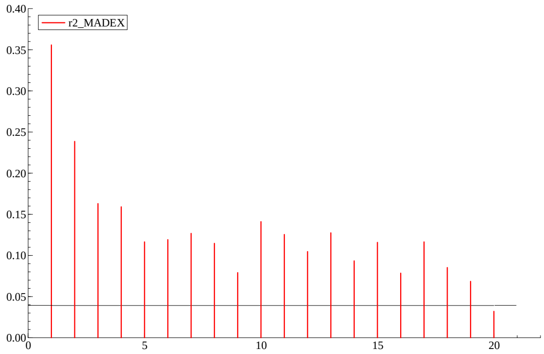

Figure 5. Corrélogramme des rendements au carré de l'indice MASI.

Les résultats des principaux tests statistiques sont présentés dans le tableau 3. Les résultats du test Box-Pierce rejettent l'hypothèse d'absence d'autocorrélations, jusqu'à l'ordre 20, pour la série de rendements (Q_{20}) et pour la série des rendements au carré (Q_{20}^2). Le test d'effet ARCH, à travers la statistique de Fisher, rejette l'hypothèse nulle d'homoscédasticité ou d'absence d'effet ARCH jusqu'à l'ordre 20. Et le test de Jarque et Bera (JB) rejette l'hypothèse nulle de normalité de la distribution.

Table 3. Résultats des principaux tests statistiques.

Rendements	Q_{20}	Q_{20}^2	***(1-20)ARCH***	***JB***
MASI	**167,21** [0,00]	**2065,71** [0,00]	**72,98** [0,00]	**50714,86** [0,00]

[.] : P-value.

4. Modélisation GARCH

Sur la base des propriétés statistiques de la série des rendements quotidiens du MASI, et après plusieurs simulations, le modèle $\mathrm{ARMA}(1,1) - \mathrm{GARCH}(1,1) - \mathrm{GED}(\nu)$, parait adéquat pour la modélisation des rendements de l'indice MASI. Le modèle ARMA permet de tenir compte du comportement de la moyenne conditionnelle des rendements via les termes : autorégressif (ϕ_1) et moyenne mobile (θ_1). Le modèle GARCH standard permet de prendre en compte de la dynamique de court terme de la variance conditionnelle des rendements (volatilité dynamique) par les paramètres traditionnels : $\varphi_1$et β_1. Finalement, la distribution GED (General Error Distribution) permet de modéliser la non-normalité de la distribution des rendements. Les résultats de l'estimation du modèle retenu, par la méthode Maximum de Vraisemblance, figurent sur le tableau 4. En observant les résultats de l'estimation, on conclut que les paramètres de ce modèle sont tous significativement différents de zéro au seuil de 5 %. Aussi, le modèle valide les tests d'absence d'autocorrélation des résidus au carré et d'absence d'effet ARCH au seuil de 5 % (jusqu'à l'ordre 20).

Table 4. Résultats de l'estimation MV du modèle ARMA(1,1)-GARCH(1,1)-$GED(\nu)$.

Paramètres		***Estimation du modèle ARMA(1,1)-GARCH(1,1)-GED(ν)***
$\boldsymbol{\phi_1}$		**0,27** (2,61) [0,00]
$\boldsymbol{\theta_1}$		**-0,20** (-1,98) [0,04]
$\boldsymbol{\varphi_0}$		**0,05** (3,09) [0,00]
$\boldsymbol{\varphi_1}$		**0,20** (4,33) [0,00]
$\boldsymbol{\beta_1}$		**0,66** (8,16) [0,00]
$\boldsymbol{\nu}$		**1,18** (25,27) [0,00]
Tests	$\boldsymbol{Q^2(20)}$	**6,52** [0,99]
	$\boldsymbol{ARCH\ 1-20}$	**0,40** [0,99]

(.) : t-Statistique ; [.] : P-value.

La figure ci-dessous retrace l'évolution de la volatilité des rendements quotidiens du marché boursier marocain sur la base du modèle GARCH standard.

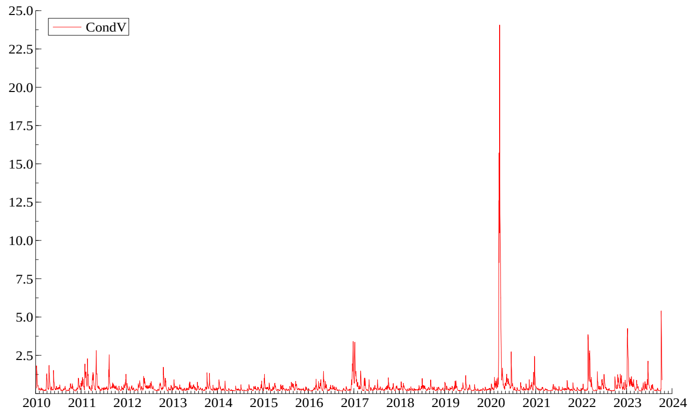

Figure 6. Évolution de la volatilité des rendements quotidiens de l'indice MASI.

Sur le marché boursier marocain, la volatilité des rendements quotidiens varie entre 0,16 et 24,07. On remarque que la volatilité a atteint son maximum durant la crise sanitaire de la Covid-19.

5. Valeur-à-Risque quotidienne

On commence par déterminer la perte maximale espérée quotidienne (VaR quotidienne) pour le marché boursier marocain sur toute la période d'étude, et ce, pour les niveaux de confiance suivants : 95 % ; 97,5 % et 99 % (voir figure 7).

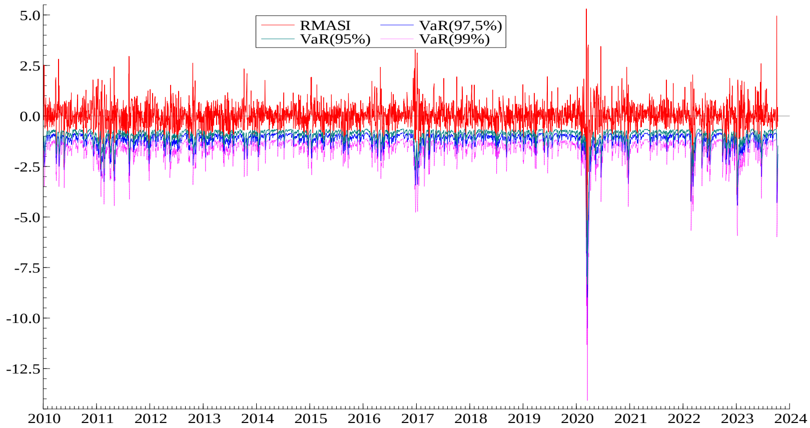

Figure 7. Évolution de la VaR quotidienne du marché boursier marocain.

Ensuite, pour l'évaluation de la VaR quotidienne, on fait appel à l'approche backtesting via le test Kupiec. Il s'agit d'un ensemble de procédures statistiques dont le but est de vérifier que les pertes réelles observées sont en adéquation avec les valeurs de la VaR quotidienne. Les résultats du test Kupiec (voir table 5) montrent que le modèle fournit des valeurs acceptables de la VaR quotidienne pour les niveaux de confiance retenus.

Table 5. Résultats de l'évaluation de la VaR quotidienne par le test Kupiec.

Niveau de confiance	***95 %,***	***97,5 %***	***99 %***
LR	**2,51** **[0,11]**	**2.45** **[0,11]**	**0.37** **[0,54]**

LR : Statistique du ratio de vraisemblance ; [.] : P-value.

Finalement, sur la base des prévisions hors échantillon de la variance conditionnelle quotidienne pour les 20 prochains jours, on déduit les prévisions de la Valeur-à-Risque quotidienne (voir tableau 6).

Table 6. Prévision de la VaR quotidienne du marché boursier marocain sur 20 jours.

Horizon	95 %	97,5 %	99 %
1	-1,357	-1,717	-2,176
2	-1,312	-1,663	-2,111
3	-1,28	-1,623	-2,062
4	-1,254	-1,591	-2,021
5	-1,231	-1,562	-1,985
6	-1,212	-1,537	-1,953
7	-1,194	-1,515	-1,925

8	-1,179	-1,496	-1,9
9	-1,165	-1,478	-1,878
10	-1,154	-1,463	-1,859
11	-1,143	-1,45	-1,842
12	-1,134	-1,439	-1,828
13	-1,126	-1,428	-1,815
14	-1,119	-1,419	-1,803
15	-1,113	-1,412	-1,793
16	-1,107	-1,405	-1,785
17	-1,103	-1,399	-1,777
18	-1,098	-1,394	-1,77
19	-1,095	-1,389	-1,765
20	-1,092	-1,385	-1,76

La figure ci-dessous retrace les 3 séquences des 20 prévisions de la VaR quotidienne pour les 3 niveaux de confiance.

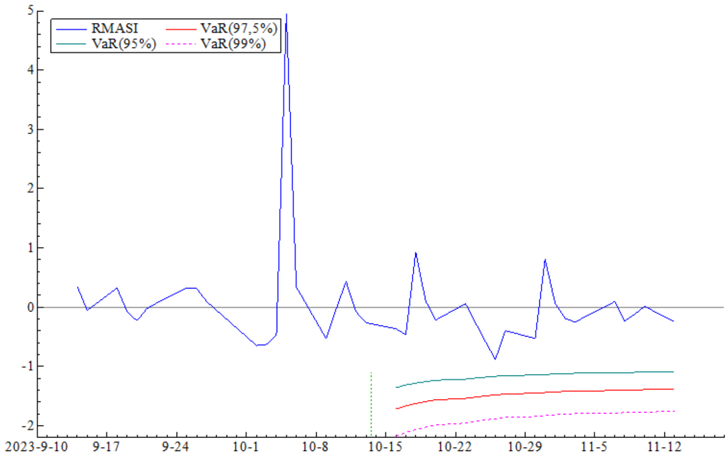

Figure 8. Évolution des prévisions de la Valeur-à-Risque quotidienne du marché boursier marocain sur 20 jours

La comparaison de l'évolution des prévisions de la VaR quotidienne avec celle des rendements quotidiens montre que la perte réalisée n'excède pas la perte anticipée, et ce, quel que soit le seuil de confiance.

6. Conclusion

Les résultats obtenus par notre étude confirment que le modèle GARCH standard permet de bien prévoir l'évolution de la VaR quotidienne du marché boursier marocain. L'interprétation du modèle GARCH standard renvoie aux mécanismes psychologiques à l'œuvre dans la formation des anticipations sur les marchés financiers. Deux biais comportementaux élémentaires des investisseurs sont mis en évidence par ce modèle. Le premier est relatif à la tendance qu'ont les investisseurs à réviser leurs anticipations par rapport à une référence (une ancre). Cette référence se fonde sur leurs prévisions passées de volatilité pour l'actif financier considéré. Le second est lié au traitement des toutes dernières informations reçues. La volatilité des actifs financiers est donc intimement liée au flux de nouvelles informations susceptibles de remettre en cause la perception des investisseurs.

C'est le développement de la supervision bancaire et notamment le calcul des ratios de solvabilité recommandés par le Comité de Bâle, suite aux différentes crises des institutions bancaires, qui a incité de nombreux établissements financiers à adopter des modèles dynamiques de type GARCH. L'expérience historique montre non seulement que la volatilité n'est pas constante dans le temps, mais aussi que les échecs les plus retentissants des modèles de risque ont été principalement la conséquence de l'incapacité à l'anticiper correctement. Cependant, plusieurs travaux ont montré que le recours aux modèles $GARCH$ pour la prévision de la Valeur-à-Risque permet d'obtenir des résultats plus précis et prévaut sur les autres méthodes.

Bibliographie

[1] Aloui C. et Mabrouk M. (2010), « Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tailed GARCH models », Energy Policy, 38.

[2] Angelidis T., Benos A. et Degiannakis S. (2004), « The use of GARCH models in VaR estimation, Statistical Methodology », 1.

[3] Bollerslev T. (1986), « Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity », Journal of Econometrics, 31.

[4] Bollerslev T., Chou R. Y., Jayaraman N. et Kroner K. F. (1991), « Les modèles ARCH en finance : un point sur la théorie et les résultats empiriques », Annales d'économie et de statistique, 24.

[5] Bollerslev, T. (1987), « A Conditional Heteroskedastic Time Series Model fir speculative prices and rates of Return », Review of Economics and statistics, 69.

[6] Chkili W., Aloui C. et Nguyen D. K. (2012), « Asymmetric effects and long memory in dynamic volatility relationships between stock returns and exchange rates », Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 22.

[7] Christensen B. J., Nielsen M. O. et Zhu J. (2010), « Long memory in stock market volatility and the volatility-in-mean effect : The FIEGARCH-M Model », Journal of Empirical Finance, 17.

[8] Conrad C., Karanasos M. et Zeng N. (2011), « Multivariate fractionally integrated APARCH modeling of stock market volatility: A multi-country study », Journal of Empirical Finance, 18.

[9] Echaust, K., & Just, M. (2020), « Value at risk estimation using the GARCH-EVT approach with

optimal tail selection. Mathematics », 8(1), 114.

[10] Engle R.F. (1982), « Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with estimates of the variance of UK. inflation », Econometrica, 50.

[11] Franses P. H. et Dijk D. V. (1996), « Forecasting Stock Market Volatility Using (Non-Linear) Garch Models », Journal of Forecasting. 15.

[12] Giot P. et Laurent S. (2003), « Value-at-Risk for long and short trading positions », Journal of Applied Econometrics, 18.

[13] Grouard M. H., Lévy S. et Lubochinsky C. (2003), « La volatilité boursière : des constats empiriques aux difficultés d'interprétation », Banque de France, Revue de la stabilité financière, 3.

[14] Junior, P. O., Tiwari, A. K., Tweneboah, G., & Asafo-Adjei, E. (2022), « GAS and GARCH based value-at-risk modeling of precious metals », Resources Policy, 75.

[15] Marcucci J. (2005), « Forecasting stock market volatility with Regime-Switching GARCH », Studies in nonlinear dynamics and econometrics, 9.

[16] Nelson, D. B. (1991), « Conditional Heteroskedasticity in asset returns: A new approach » Econometrica, 59.

[17] Pelgatti M. M. (2009), « Modeling good and bad volatility », Studies in nonlinear dynamics and econometrics, 13.

[18] Ruiz E., Veiga H., (2008) « Modelling long-memory volatilities with leverage effect: A-LMSV versus FIEGARCH », Computational Statistics and Data Analysis, 52.

[19] Shinki K., Zhang Z. (2012), « Asymptotic theory for fractionally integrated asymmetric power ARCH models », Journal of Statistical Planning and Inference, 142.